

# Artificial Intelligence: Assignment 2

Seung-Hoon Na

Oct 5, 2020

## 1 Gradient descent method

### 1.1 A simple probabilistic classifier

주어진 데이터 값 (scalar)을  $K$ 의 클래스중 하나로 분류할 수 있는 **단순 분류기** (simple classifier)를 생각하자. 구체적으로,  $i$ 번째 예제의 스칼라 값  $x_i$ 가  $k \in \{1, \dots, K\}$ 번째 클래스로 분류될 확률은 다음과 같다고 가정하자.

$$\begin{aligned} \text{score}_k(x) &= w_k \cdot x + b_k \quad \forall k \in \{1, \dots, K\} \\ P(k|x_i) &= \frac{\exp(\text{score}_k(x_i))}{\sum_{k'} \exp(\text{score}_{k'}(x_i))} \end{aligned}$$

여기서  $w_k$ 와  $b_k$ 는  $k$ 번째 분류기의 파라미터들 (parameters)이다.

분류기 파라미터 학습을 위해  $i$ 번째 예제가  $(x_i, y_i)$ 로 주어졌다고 하자. 여기서,  $y_i$ 는 예제  $x_i$ 의 “정답” 클래스를 의미한다. 주어진  $(x_i, y_i)$ 에 대한 목적 함수 error function을 다음과 같이 정의하자.

$$E_i = -\log P(y_i|x_i) \quad (1)$$

다음 물음에 답하시오.

- Eq. (1)를 최소화하기 위해 **경사 하강법 (gradient descent method)**를 사용하고자 한다. 이를 위해 error function Eq. (1)에 대한 다음 각각의 파라미터의 gradient를 유도하시오.

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_i}{\partial w_k} &= \\ \frac{\partial E_i}{\partial b_k} &= \end{aligned}$$

- 경사하강법을 이용할때, 주어진 학습 예제  $(x_i, y_i)$ 에 대해 error function Eq. (1)을 감소시키기 위해 파라미터  $w_k, b_k$ 를 업데이트 하는 수식은 무엇인가?

$$\begin{aligned} w_k^{(t+1)} &= \\ b_k^{(t+1)} &= \end{aligned}$$

여기서, 학습률은  $\eta$ 라고 가정하자.

## 1.2 An extended classifier with vector-valued inputs

이번에는 스칼라값이 아니라 벡터값을 입력으로 취하는 분류기를 고안하고자 한다. 다시 말해,  $i$ 번째 예제의 입력 값이  $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^m$ 의  $m$ 차원의 벡터로 주어진다. 이때, 위의 단순 분류기를 확장하여  $\mathbf{x}_i$ 가  $k$ 번째 class로 분류될 확률  $P(k|\mathbf{x}_i)$ 를 어떻게 정의하면 되겠는가? 간단히 핵심 idea 및 해당 수식을 기술하시오.